

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ
ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент математики
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и
методической работе

_____ Е.А. Каменева

25.04.2023 г.

Аль-Натор М.С.

Актuarная статистика

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
ОП «Прикладная математика и информатика»
(Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах)

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 31 от 18.04.2023 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного Департамента математики
(протокол № 15 от 27.03.2023 г.)*

Москва 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	3
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	3
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	4
5.1. Содержание дисциплины	4
5.2. Учебно-тематический план	7
5.3. Содержание семинаров, практических занятий	8
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	10
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	10
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	11
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине	13
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	19
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	19
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	21
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	22
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22

1. Наименование дисциплины

«Актuarная статистика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Дисциплина «Актuarная статистика» обеспечивает формирование компетенций: ПКП-2, ПКП-6

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-2	Способность моделировать и оценивать риски финансово-экономической деятельности, в том числе, инвестиционной и актуарной деятельности	1. Владеет знаниями в области теории и методологии моделирования и оценивания рисков финансово-экономической деятельности	Знать основы теории и методологии моделирования и оценивания страховых рисков финансово-актуарной деятельности. Уметь применять теорию и методологии моделирования и оценивания страховых рисков финансово-актуарной деятельности
		2. Демонстрирует умение строить математические модели в области экономики и финансов.	Знать принципы построения математических моделей в области страхования, экономики и финансов Уметь применять построенные математические модели в области страхования, экономики и финансов
		3. Оценивает финансовые риски финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности.	Знать методы оценки финансовых рисков финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности Уметь применять методы оценки финансовых рисков финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности
ПКП-6	Способность ставить и решать оптимизационные задачи в различных сферах	1. Владеет оптимизационными методами, демонстрирует знание принципов и особенностей выбора опти-	Знать основные методы постановки и решения оптимизационных задач с учетом финансово-актуарной особенности

экономики и финансов	мизационных методов в зависимости от поставленной задачи.	Уметь применять методы постановки и решения оптимизационных задач с учетом финансово-актуарной особенности
	2.Разрабатывает оптимизационные модели в области экономики и финансов.	Знать методы разработки оптимизационных моделей для решения финансово-актуарных задач Уметь разрабатывать оптимизационные модели для решения финансово-актуарных задач
	3.Решает оптимизационные задачи в различных сферах экономики и финансов	Знать методы решения оптимизационных задач в финансово-актуарной области Уметь применять методы решения оптимизационных задач в финансово-актуарной области

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Актuarная статистика» является дисциплиной Цикла профиля (элективный) Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, ОП «Прикладная математика и информатика».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з./е. и часах)	Семестр 7 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3 з./е., 108 ч.	108
Контактная работа - Аудиторные занятия	50	50
Лекции	16	16
Семинары, практические занятия	34	34
Самостоятельная работа	58	94
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

1. Основные понятия актуарно-статистических моделей

1.1. Эмпирические модели убытков. Вероятностные модели убытков. Семейства экспоненциальных, логнормальных распределений. Семейство распределений Парето. Семейство гамма-распределений. Линейное экспоненциальное семейство распределений. Основные числовые характеристики случайной величины убытков: моменты, мода, медиана, коэффициент асимметрии, коэффициент вариации, квантили. Суммарные убытки и центральная предельная теорема.

1.2. Производящая функция моментов и производящая функция. Основные свойства производящих функций. Производящие функции основных непрерывных и дискретных распределений.

1.3. Распределения с правым хвостом, характеризующим большие убытки. Существование моментов и поведение правого хвоста (тяжелый, средний или легкий хвост). Методы сравнения правых хвостов двух распределений: метод функции дожития, метод функции эксцедента убытка, метод функции риска (интенсивности отказов).

1.4. Создание новых распределений убытков. Метод масштабирования случайной величины убытков. Метод возведения случайной величины убытков в степень. Экспоната от случайной величины убытков. Метод рандомизации параметров распределений убытков. Экспоненциальная модель с гамма-рандомизацией параметра. Смесь распределений. Метод сплайсированных распределений. Метод предельных распределений. Метод цензурирования и усечения со сдвигом случайной величины убытков.

2. Статистические и динамические модели числа исков

2.1. Биномиальная, пуассоновская, отрицательная биномиальная модели. Основные свойства и характеристики статистических моделей числа исков. Пуассоновская модель с гамма-рандомизацией параметра. Суммарное число исков независимых портфелей страхования с пуассоновской моделью числа исков для каждого портфеля.

2.2. Семейство $(a, b, 0)$ дискретных распределений числа исков. Классификация дискретных распределений семейства $(a, b, 0)$. Графический метод идентификации распределения числа исков из семейства $(a, b, 0)$.

2.3. Модифицированные в нуле дискретные распределения из семейства $(a, b, 0)$. Семейство $(a, b, 1)$ дискретных распределений числа исков. Классификация дискретных распределений семейства $(a, b, 1)$. Производящая функция моментов распределений семейства $(a, b, 1)$. Семейство (a, b, m) дискретных распределений числа исков.

2.4. Динамические модели числа исков, приводящие к пуассоновскому процессу. Два эквивалентных определения пуассоновского процесса. Основные свойства пуассоновского процесса. Теорема об условном распределении для пуассоновского процесса. Теоремы о распределении интервалов между исками и о распределении моментов заявления иска.

3. Договоры страхования с франшизой и лимитом. Перестрахование

3.1. Договор страхования с безусловной франшизой (договор страхования стоп-лосс), договор страхования с лимитированной выплатой. договор страхования с условной франшизой. Сострахование. Основные вероятностные и числовые характеристики этих договоров. Смешанный договор страхования (комбинация франшизы с сострахованием) и основные вероятностные и числовые характеристики. Учет инфляции в договорах страхования.

3.2. Перестрахование. Эксцедентное перестрахование. Пропорциональное перестрахование. Учет инфляции. Перестрахование и франшиза. Основные вероятностные и числовые характеристики договоров перестрахования.

4. Модели, зависящие от данных и эмпирические распределения

4.1. Эмпирическое распределение для полных данных.

4.2. Эмпирическое распределение для сгруппированных данных. Построение огивы и гистограммы.

4.3. Эмпирическое распределение для цензурированных и усеченных данных. Множество риска неполных данных. Оценка функции дожития и оценка эмпирической функции распределения. Оценка Нельсона-Алена и оценка Каплана-Мейера для цензурированных и усеченных данных.

4.4. Среднее и вариация эмпирических оценок для полных данных. Гринвудское приближение вариации оценки Каплана-Мейера для цензурированных и усеченных данных. Вариация оценки Нельсона – Алена и доверительные интервалы. Приближение Каплана-Мейера для больших объемов данных.

4.5. Ядерное сглаживание эмпирических распределений. Равномерное, треугольное и гамма- ядерное сглаживание.

5. Методы оценки параметров

5.1. Метод моментов, метод квантилей, метод максимального правдоподобия для полных данных. Метод максимального правдоподобия для сгруппированных данных. Метод максимального правдоподобия для цензурированных и усеченных данных.

5.2. Качество точечных оценок: несмещенность, состоятельность, среднеквадратичная ошибка.

6. Доверительные интервалы

6.1. Построение доверительного интервала для случая эмпирического распределения.

6.2. Информационная матрица и дельта метод.

6.3. Доверительные интервалы для оценки параметров без предположения нормальности.

7. Оценка и выбор актуарной модели

7.1. Обзор критериев для проверки гипотез. Критерий отношения правдоподобия.

7.2. Графическое сравнение данных с функцией плотности и теоретической функцией распределения: сравнение гистограммы с плотностью, сравнение эмпирической функции распределения с теоретической функцией распределения. Построение РР – графика.

7.3. Критерии проверки гипотезы о виде распределения. Критерий Колмогорова – Смирнова. Критерий Андерсона – Дарлинга. Критерий согласия Неймана – Пирсона.

7.4. Выбор модели. Подход, основанный на рассуждении. Подход, основанный на численных результатах. Критерий Шварца – Байеса.

5.2. Учебно-тематический план

п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				Самостоя- тельная работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа				
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семи- нары, практиче- ские за- нятия		
1.	Основные по- нятия актуарно- статистических моделей.	16	6	2	4	10	Решение задач на практических за- нятиях. Самостоятельная работа.
2.	Статистические и динамические модели числа исков.	20	10	4	6	10	Решение задач на практических за- нятиях. Самостоятельная работа.
3.	Договоры стра- хования с фран- шизой и лимитом. Перестра- хование	12	6	2	4	6	Решение задач на практических за- нятиях. Самостоятельная работа.
4.	Модели, зави- сящие от дан-	18	10	2	8	8	Решение задач на практических за- нятиях. Самостоятельная

	ных и эмпирические распределения						работа.
5.	Методы оценки параметров.	14	6	2	4	8	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа.
6.	Доверительные интервалы.	14	6	2	4	8	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа.
7.	Оценка и выбор актуарной модели	14	6	2	4	8	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа.
В целом по дисциплине		108	50	16	34	58	Согласно учебному плану: контрольная работа
Итого в %			46	32	68	54	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Основные понятия актуарно-статистических моделей.	Основные модели убытков. Распределения с правым хвостом. Создание новых распределений убытков Рекомендуемые источники: п. 8: [1], п. 9 [1]	Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.
Статистические и динамические модели числа исков.	Биномиальная, пуассоновская, отрицательная биномиальная модели числа исков. Рандомизация. Семейство распределений (a,b,m). Пуассоновский процесс. Основные свойства пуассоновского процесса. Условное распределение для пуассоновского процесса. Распределения интервалов между исками. Распределение моментов заявления иска. Рекомендуемые источники: п. 8: [1], п. 9 [1]	Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме
Договоры страхования с франшизой и лимитом. Перестрахование.	Договоры страхования с франшизой и лимитом. Перестрахование. Их вероятностные и числовые характеристики Рекомендуемые источники: п. 8: [1], п. 9 [1, 2, 3]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы

Модели, зависящие от данных и эмпирические распределения.	Эмпирическое распределение для цензурированных и усеченных данных. Множество риска неполных данных. Оценка Нельсона-Алена и оценка Каплана-Мейера для цензурированных и усеченных данных. Среднее и вариация эмпирических оценок для полных данных. Гринвудское приближение вариации оценки Каплана-Мейера для цензурированных и усеченных данных. Вариация оценки Нельсона – Алена и доверительные интервалы. Приближение Каплана-Майера для больших объемов данных. Ядерное сглаживание эмпирических распределений. Равномерное, треугольное и гамма- ядерное сглаживание Рекомендуемые источники: п. 9 [1, 2,3]	Решение задач в интер-активной форме, проверка самостоятельной работы
Методы оценки параметров.	Метод моментов, метод квантилей, метод максимального правдоподобия для полных данных. Метод максимального правдоподобия для сгруппированных данных. Метод максимального правдоподобия для цензурированных и усеченных данных. Рекомендуемые источники: п. 9 [1, 2, 3]	Решение задач в интер-активной форме, проверка самостоятельной работы
Доверительные интервалы.	Построение доверительного интервала для эмпирического распределения. Информационная матрица и дельта метод. Доверительные интервалы для оценки параметров без предположения нормальности. Рекомендуемые источники: 9 [1, 2, 3]	Решение задач в интер-активной форме, проверка самостоятельной работы
Оценка и выбор актуарной модели.	Графическое сравнение данных с функцией плотности и теоретической функцией распределения: сравнение гистограммы с плотностью, сравнение эмпирической функции распределения с теоретической функцией распределения. Построение PP – графика. Критерий Колмогорова – Смирнова. Критерий Андерсона – Дарлинга. Критерий согласия Неймана – Пирсона. Критерий Шварца – Байеса. Рекомендуемые источники: п. 9 [1, 2, 3]	Решение задач в интер-активной форме, проверка самостоятельной работы

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Основные понятия актуарно-статистических моделей.	Характеристики случайных величин. Производящие функции.	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Статистические и динамические модели числа исков. Решение задач.	Модели числа исков из семейства (a, b, m) .	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Договоры страхования с франшизой и лимитом. Перестрахование.	Учет инфляции в договорах перестрахования. Подготовка к контрольной работе.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Модели, зависящие от данных и эмпирические распределения.	Приближение Каплана-Майера для больших объемов данных	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Методы оценки параметров. Решение задач.	Метод моментов, метод квантилей, метод максимального правдоподобия для полных данных.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Доверительные интервалы.	Доверительные интервалы для оценки параметров без предположения нормальности. Решение задач.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Оценка и выбор актуарной модели.	Критерии проверки гипотез о виде распределения.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные задания контрольной работы

1. Семейство экспоненциальных распределений. Основные вероятностные и числовые характеристики.
2. Семейство логнормальных распределений. Основные вероятностные и числовые характеристики.
3. Семейство распределений Парето. Основные вероятностные и числовые характеристики.
4. Семейство гамма-распределений. Основные вероятностные и числовые характеристики.
5. Линейное экспоненциальное семейство распределений. Основные вероятностные и числовые характеристики.
6. Основные свойства производящих функций.
7. Поведение правого хвоста распределения убытков.
8. Методы сравнения правых хвостов двух распределений
9. Метод масштабирования случайной величины убытков.
10. Метод возведения случайной величины убытков в степень.
11. Экспоната от случайной величины убытков.
12. Метод рандомизации параметров распределений убытков.
13. Экспоненциальная модель с гамма-рандомизацией параметра. Смесь распределений.
14. Метод сплайсированных распределений. Метод предельных распределений.
15. Метод цензурирования и усечения со сдвигом случайной величины убытков
16. Пуассоновская модель с гамма-рандомизацией параметра.
17. Семейство $(a, b, 0)$ дискретных распределений числа исков. Классификация дискретных распределений семейства $(a, b, 0)$.
18. Производящая функция моментов распределений семейства $(a, b, 1)$.
19. Основные свойства пуассоновского процесса.

20. Вероятностная модель договора страхования с безусловной франшизой. Моменты.

21. Вероятностная модель договора с лимитированной выплатой. Моменты.

22. Вероятностная модель договора страхования с условной франшизой. Моменты.

23. Эксцедентное перестрахование. Основные вероятностные и числовые характеристики.

24. Пропорциональное перестрахование. Основные вероятностные и числовые характеристики.

Примерный вариант контрольной работы

1. Распределение размера страхового возмещения для договора автострахования задано таблицей

Размер страхового возмещения	Вероятность
20	0,15
30	0,1
40	0,05
50	0,2
60	0,1
70	0,1
80	0,3

а) найти долю страховых возмещений, которые отличаются от своего среднего значения, меньше чем на одно стандартное отклонение.

б) пусть величина индивидуального убытка ξ представлена в виде $\xi = I \cdot \eta$, где I – индикатор наступления страхового случая, η – величина страхового возмещения при наступлении страхового случая. Пусть распределение I задано таблицей

I	0	1
P	0,75	0,25

Найти распределение ξ . Найти также долю страховых убытков, которые отличаются от своего среднего значения, меньше чем на одно стандартное отклонение.

2. Случайная величина убытков ξ имеет функцию распределения $F_{\xi}(x) = 1 - \left(\frac{50}{50+x}\right)^2$, $x > 0$. Найти функцию распределения и плотность случайной величины $\eta = \frac{1}{\xi}$.

3. Для того чтобы покрыть потери η , которые равномерно распределены на отрезке $[0, 1000]$, рассматривается вопрос о заключении договора страхования типа стоп-лосс с вычетом d (с целью уменьшения премии). На каком уровне нужно устанавливать вычет, чтобы средняя тяжесть снизилась в 4 раза?

4. Для неотрицательных случайных величин ξ_1, ξ_2 даны соответственно функции интенсивности отказа $h_1(x) = 2$, $h_2(x) = 2x$. Использовать метод функции дожития для сравнения хвостов распределений.

5. Распределение числа исков ν удовлетворяет рекуррентному соотношению $p_k = \frac{\lambda}{k} p_{k-1}$, $k = 0, 1, \dots$ Найти среднее значение и вариацию соответствующей модифицированной в нуле случайной величины ν^M , для которой $p_0^M = 0,1$.

Критерии бальной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержится в соответствующих методических рекомендациях Департамента математики.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. **«Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».**

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, знаний и умений

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания															
Способность моделировать и оценивать риски финансово-экономической деятельности, в том числе, инвестиционной и актуарной деятельности (ПКП-2)	1. Владеет знаниями в области теории и методологии моделирования и оценивания рисков финансово-экономической деятельности.	Знать основы теории и методологии моделирования и оценивания страховых рисков финансово-актуарной деятельности. Уметь применять теорию и методологии моделирования и оценивания страховых рисков финансово-актуарной деятельности	Для выборки из 10 полисов были зарегистрированы следующие выплаты 2; 3; 3; 5; 5 ⁺ ; 6; 7; 7 ⁺ ; 9; 10 ⁺ где «+» указывает на то, что выплаты превышали лимит полиса. Используя оценку Каплана-Мейера чтобы оценить вероятность того, что выплата превысит 8															
	2. Демонстрирует умение строить математические модели в области экономики и финансов.	Знать принципы построения математических моделей в области страхования, экономики и финансов Уметь применять построенные математические модели в области страхования, экономики и финансов	Четыре модели предлагаются для выборки объема 200 со следующими результатами <table><tr><th>Модель</th><th>Число параметров</th><th>Правдоподобие</th></tr><tr><td>I</td><td>3</td><td>-180,2</td></tr><tr><td>II</td><td>2</td><td>-181,4</td></tr><tr><td>III</td><td>2</td><td>-181,6</td></tr><tr><td>IV</td><td>1</td><td>-183</td></tr></table> Какая модель предпочтительнее согласно критерию Шварца-Байеса?	Модель	Число параметров	Правдоподобие	I	3	-180,2	II	2	-181,4	III	2	-181,6	IV	1	-183
	Модель	Число параметров	Правдоподобие															
I	3	-180,2																
II	2	-181,4																
III	2	-181,6																
IV	1	-183																
3. Оценивает финансовые риски финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности.	Знать методы оценки финансовых рисков финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности Уметь применять методы оценки финансовых рисков финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и	Для 10 индивидов известны возрасты, в которых они умирают: 25, 30, 35, 35, 37, 39, 45, 47, 49, 55. Примените равномерное ядерное сглаживание с $b = 10$ для оценки плотности в точке $x = 40$.																

		актуарной деятельности	
Способность ставить и решать оптимизационные задачи в различных сферах экономики и финансов (ПКП-6)	1. Владеет оптимизационными методами, демонстрирует знание принципов и особенностей выбора оптимизационных методов в зависимости от поставленной задачи.	<u>Знать</u> основные методы постановки и решения оптимизационных задач с учетом финансово-актуарной особенности <u>Уметь</u> применять методы постановки и решения оптимизационных задач с учетом финансово-актуарной особенности	Для 10 индивидов известны возрасты, в которых они умирают: 25, 30, 35, 35, 37, 39, 45, 47, 49, 55. Предположим, что данные о выплатах были цензурированы по значению 250. Используя один из пактов R или MatLab для нахождения оценки параметров гамма-распределения методом максимального правдоподобия.
	2. Разрабатывает оптимизационные модели в области экономики и финансов.	<u>Знать</u> методы разработки оптимизационных моделей для решения финансово-актуарных задач <u>Уметь</u> разрабатывать оптимизационные модели для решения финансово-актуарных задач	Получена следующая информация о выплатах рабочим по медицинской страховке: 27, 82, 115, 126, 155, 161, 243, 294, 340, 384, 457, 680, 855, 877, 974, 1193, 1340, 1884, 2558, 15743. Используйте методы моментов и максимального правдоподобия для оценивания параметров экспоненциального распределения, гамма – распределения, распределения Парето. Сравнить полученные оценки для каждого метода
	3. Решает оптимизационные задачи в различных сферах экономики и финансов.	<u>Знать</u> методы решения оптимизационных задач в финансово-актуарной области <u>Уметь</u> применять методы решения оптимизационных задач в финансово-актуарной области	Получена следующая информация о выплатах рабочим по медицинской страховке: 27, 82, 115, 126, 155, 161, 243, 294, 340, 384, 457, 680, 855, 877, 974, 1193, 1340, 1884, 2558, 15743. Используйте эмпирических квантилей для уровней 30% и 50% для оценивания параметров распределения Парето. Сравнить результат с оценками, полученными в предыдущей задаче.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Семейство экспоненциальных распределений. Основные вероятностные и числовые характеристики.
2. Семейство логнормальных распределений. Основные вероятностные и числовые характеристики.
3. Семейство распределений Парето. Основные вероятностные и числовые характеристики.
4. Семейство гамма-распределений. Основные вероятностные и числовые характеристики.
5. Линейное экспоненциальное семейство распределений. Основные вероятностные и числовые характеристики.
6. Основные свойства производящих функций.
7. Поведение правого хвоста распределения убытков.
8. Методы сравнения правых хвостов двух распределений
9. Метод масштабирования случайной величины убытков.
10. Метод возведения случайной величины убытков в степень.
11. Экспоната от случайной величины убытков.
12. Метод рандомизации параметров распределений убытков.
13. Экспоненциальная модель с гамма-рандомизацией параметра. Смесь распределений.
14. Метод сплайсированных распределений. Метод предельных распределений.
15. Метод цензурирования и усечения со сдвигом случайной величины убытков
16. Пуассоновская модель с гамма-рандомизацией параметра.
17. Семейство $(a, b, 0)$ дискретных распределений числа исков. Классификация дискретных распределений семейства $(a, b, 0)$.
18. Производящая функция моментов распределений семейства $(a, b, 1)$.
19. Основные свойства пуассоновского процесса.

20. Вероятностная модель договора страхования с безусловной франшизой. Моменты.
21. Вероятностная модель договора с лимитированной выплатой. Моменты.
22. Вероятностная модель договора страхования с условной франшизой. Моменты.
23. Эксцедентное перестрахование. Основные вероятностные и числовые характеристики.
24. Пропорциональное перестрахование. Основные вероятностные и числовые характеристики.
25. Множество риска неполных данных.
26. Оценка Нельсона-Алена и оценка Каплана-Мейера для цензурированных и усеченных данных.
27. Ядерное сглаживание эмпирических распределений.
28. Метод максимального правдоподобия для сгруппированных данных, цензурированных и усеченных данных.
29. Информационная матрица и дельта метод.
30. Графическое сравнение данных с функцией плотности и теоретической функцией распределения.
31. Критерий Шварца – Байеса

Пример экзаменационного билета

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

Департамент математики

Дисциплина Актуарная статистика

Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Форма обучения очная

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах

Учебный год 20__/20__ семестр 7

Задача 1. (10 баллов) Величина убытков имеет экспоненциальное распределение с параметром 0,1. Страховая компания установила верхний предел своей ответственности 70 у.е. Найти средний размер выплат компании по одному страховому случаю.

Задача 2. (10 баллов) Для независимых случайных величин ξ, η известно, что $\psi_{\xi}(t) = e^{t^2+2t}$, $\psi_{\eta}(t) = e^{3t^2+t}$. Найти ПФМ для $\xi + 2\eta$ и $\xi + 2\eta + 3$.

Задача 3. (10 баллов) Данные о выплатах содержатся в таблице

Диапазон выплат	Число выплат
0-500	200
500-1000	110
1000-2000	x
2000-5000	y
5000-10000	?
10000-25000	?
25000- ∞	?

Известно, что 500 выплат были сгруппированы в таблице, $F_{500}(1500) = 0,689$ и $F_{500}(3500) = 0,839$. Найти y

Задача 4. (10 баллов) Для выборки из 10 полисов были зарегистрированы следующие выплаты

2; 3; 3; 5; 5⁺; 6; 7; 7⁺; 9; 10⁺

где «+» указывает на то, что выплаты превышали лимит полиса. Используя оценку Каплана-Мейера чтобы оценить вероятность того, что выплата превысит 8

Задача 5. (10 баллов) Выплаты по договору страхования следуют экспоненциальному распределению параметром θ . После введения вычета 3 и лимита 14 были зарегистрированы следующие выплаты

1; 3; 7; 9; 11; 11.

Найти ОМП оценку θ .

Задача 6. (10 баллов) Информационная матрица и дельта метод

Подготовил:

Заместитель руководителя

Дата

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Миронкина, Ю. Н. Актуарные расчеты: Учебник и практикум / Ю. Н. Миронкина, Н. В. Звезда, М. А. Скорик, Л. В. Иванова. – Москва : Юрайт, 2023. – 518. - Бакалавр и магистр. Академический курс. – ЭБС Юрайт. - URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/513748> (дата обращения: 24.03.2023). - Текст: электронный.

Дополнительная литература:

2. Аль-Натор, М. С. Актуарная математика: модели дожития, страхование жизни и страховые аннуитеты. Ч. 1 = Actuarial mathematics: survival models, life insurance and annuities. P.1: Учебное пособие / М. С. Аль-Натор, С. В. Аль-Натор, Ю. Ф. Касимов ; Финуниверситет, Каф. прикладной математики. – Москва : Финуниверситет, 2016. - 112 с.; 7,0 п.л. – Текст: непосредственный. - То же. – ЭБ Финуниверситета. - URL:<http://elib.fa.ru/rbook/al-nator.pdf> (дата обращения: 23.03.2023). - Текст: электронный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Федеральная служба государственной статистики: <http://www.gks.ru/>
2. Центральный банк Российской Федерации: <http://www.cbr.ru/>
3. Министерство экономического развития Российской Федерации (открытые данные): <http://economy.gov.ru/opendata/>
4. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
5. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета (электронная библиотека, ресурсы на иностранных языках)
:http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=en

6. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
7. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОН-ЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
8. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>
9. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
10. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
11. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
12. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» <https://greben-nikon.ru/>
13. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
14. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
15. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
16. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>
17. Единый архив экономических и социологических данных <http://sophist.hse.ru>
18. Аль-Натор М. С., Аль-Натор С.В. Актуарная статистика, часть 1: актуарные модели. Учебное пособие по дисциплине «Актуарная статистика». 2017, - 166 с.; URL: https://docs.fa.ru/Data/ce8ed945-0d39-4206-b9fa-70911b292e5b/Uchpos1_Aktuarstst_bIb_18.pdf?st=hhTDO9T0OtTGE8czbLmQdQ&e=1679666820 (дата обращения: 24.03.2023). - Текст: электронный.
19. Аль-Натор М. С., Аль-Натор С.В. Эмпирические распределения актуарных данных: Сборник задач по дисциплине «Актуарная статистика. 2017, - 37 с.; URL: https://docs.fa.ru/Data/1c1be57b-b98c-40c2-af69-fd3ca3d1329b/Szd_Aktuarstst_bPmi_17.pdf?st=EM1S_2zTue4nE0uN6w4PPQ&e=1679666992 (дата обращения: 24.03.2023). - Текст: электронный.
20. Аль-Натор С.В. Актуарная статистика: эмпирические модели. Учебное пособие по дисциплине «Актуарная статистика. 2019, - 50 с.; URL: <https://docs.fa.ru/Data/48900703-989e-45c5-813e->

cf2a45831ba8/ym_aktuarstatist_19.pdf?st=gb1VCvtsUucmVy2zbW3ApA&e=167966658
3 (дата обращения: 24.03.2023). - Текст: электронный.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит аудиторно и внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит учебно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение, необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Для выполнения домашних заданий следует завести отдельную тетрадь. Контроль выполнения домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий в процессе выборочного собеседования.

Домашняя контрольная работа является одной из основных форм текущего контроля самостоятельной работы студентов по дисциплине «Эконометрические исследования». Примерное время их выполнения составляет 4 часа. Каждый вариант домашней контрольной работы (ДКР) содержит несколько задач, выполняя которые студент демонстрирует умение решать типовые эконометрические задачи и проводить типовые расчеты на компьютере. Сроки выполнения ДКР указываются в учебно-тематическом плане изучения дисциплины. Конкретные сроки сдачи ДКР устанавливаются преподавателем. Оценка за ДКР выставляется по итогам проверки отчета и устного собеседования по работе. Эта оценка является существенной компонентой оценки самостоятельной работы студента в течение семестра.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11. 1. Комплект лицензионного программного обеспечения

1. Windows, Microsoft Office.

2. Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»

2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»

3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации - не используются

11.4. Электронная таблица Calc LibreOffice

11.6. Программная среда R.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Практические занятия по дисциплине проходят в компьютерном классе.